

# 匀加速直线运动目标脱靶量测量方法

吴嗣亮,毛二可

(北京理工大学电子工程系,北京 100081)

**摘要:** 本文研究了匀加速直线运动目标的脱靶量测量问题.文中通过建立脱靶量测量方程,将匀加速直线运动目标的脱靶量测量表示为交会过程多普勒频率时间序列的非线性最小二乘拟合问题,并讨论了其求解的非线性优化算法.仿真表明,该多普勒脱靶量测量方法可消除基于匀速直线运动模型所存在的脱靶量测量的系统误差.

**关键词:** 脱靶量; 测量; 参数估计; 数据处理

**中图分类号:** TP873 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2000) 03-0099-02

## Miss Distance Measurement for Targets with Rectilinear Trajectories and Constant Accelerations

WU Si-liang, MAO Er-ke

(Dept. of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In this paper, the miss distance measurement problem for targets in rectilinear motion and with constant accelerations is studied. A miss distance measurement equation is derived. Based on it, the measurement problem is represented as the nonlinear least square fitting of Doppler frequency time series in the course of interceptions, and then nonlinear optimizing algorithms are discussed for solving it. Simulations show that the new method for Doppler miss distance measurement can eliminate the systematic errors of methods based on a uniform rectilinear motion model.

**Key words:** miss distance; measurement; parameter estimation; data processing

### 1 引言

在导弹靶场试验中,脱靶量的测量对鉴定导弹的性能起着关键的作用<sup>[1-4]</sup>.五十年代以来,在国外特别是美国,依据弹、靶交会过程中相对径向速度变化规律的多普勒脱靶量测量技术得到了深入研究,研制出多种体制的无线电多普勒脱靶量测量设备<sup>[4]</sup>.迄今为止,该技术的一个基本假设是交会过程中弹、靶作相对匀速直线运动<sup>[2-12]</sup>或作加速度已知的匀加速直线运动<sup>[4,12]</sup>.这一与实际情况不可能相符的假设,必然给脱靶量测量结果带来误差.

本文假设交会过程中弹、靶作加速度未知的匀加速直线运动,通过建立该情况下弹、靶相对径向速度以脱靶量、相对速度、加速度为参变量的时间函数,研究匀加速直线运动目标的多普勒脱靶量测量方法.现有匀速和加速度已知的匀加速直线运动目标的多普勒脱靶量测量方法仅是本文方法的特例.

### 2 匀加速直线运动目标脱靶量测量方程

设无线电脱靶量测量设备安装于靶标上,导弹相对靶标作匀加速直线运动.记导弹运动轨迹上与靶标相距最近的点为A,该点与靶标的距离 $y$ 即为待测的脱靶量.再设时间参考点 $t=0$ 时刻导弹与脱靶点A的距离为 $x_0$ ,相对速度为 $V_0$ ,

弹、靶相对运动的加速度为 $a$ .

任意 $t$ 时刻,弹、靶相对速度为

$$V(t) = V_0 + at \quad (1)$$

导弹与脱靶点A的距离为

$$x(t) = x_0 - V_0 t - \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

根据几何相似关系, $t$ 时刻弹、靶相对运动的径向速度分量为

$$V_R(t) = V(t) \cdot \frac{x(t)}{\sqrt{y^2 + x^2(t)}} = (V_0 + at) \cdot \frac{x_0 - V_0 t - \frac{1}{2} at^2}{\sqrt{y^2 + (x_0 - V_0 t - \frac{1}{2} at^2)^2}} \quad (3)$$

可见,该速度分量随时间的变化规律与脱靶量 $y$ 以及运动参数 $V_0$ 、 $a$ 直接相关,称式(3)为匀加速直线运动目标的脱靶量测量方程.

根据多普勒效应,若靶载脱靶量测量设备发射波长为的射频信号,则由导弹反射回到测量设备的信号将产生以下多普勒频率变化:

$$f_D(t) = 2V_R(t) = \frac{2(V_0 + at)}{\lambda} \cdot \frac{x_0 - V_0 t - \frac{1}{2} at^2}{\sqrt{y^2 + (x_0 - V_0 t - \frac{1}{2} at^2)^2}} \quad (4)$$

因此,设法测量交会过程导弹反射回波的多普勒频率随时间的变化,即可得到弹、靶相对运动的径向速度分量。

### 3 利用多普勒频率估计脱靶量

多普勒脱靶量测量技术中,多普勒频率的测量是其中的关键环节。传统的方法用模拟或脉冲计数式鉴频器从多普勒信号中检出多普勒频率<sup>[1,5,9,10]</sup>。80年代以来,基于FFT的数字谱分析方法已被用于脱靶量测量中的多普勒频率估计<sup>[2,6,10~12]</sup>。最近,现代高分辨率的谱分析方法也已被成功地实用于非线性多普勒频率变化规律的提取<sup>[4]</sup>。由于涉及具体的测量设备工作体制,本文对多普勒频率的具体测量方法不作介绍。在下文中,假设已经获得了交会过程多普勒频率时间序列 $\{f_D(t_n); n=1, 2, \dots, N\}$ ,其中 $t_1=0$ 为时间参考点。

根据式(3)、(4),可以通过求解如下非线性最小二乘问题,来估计弹靶相对运动的参数 $y, V_0, a$ 以及 $\hat{x}_0$ :

$$\hat{y}, \hat{V}_0, \hat{a}, \hat{x}_0 = \arg \min_{y, V_0, a} \sum_{n=1}^N \left[ V_R(t_n) - \frac{1}{2} f_D(t_n) \right]^2 \quad (5)$$

任何一种非线性优化算法均可用来解决这一问题。鉴于优化准则函数的解析表达式为已知,其梯度和二阶导数矩阵很容易求取,故可选用具有二次收敛速度的变步长Newton法。

为保证优化迭代过程的全局收敛性,下面讨论求取优化变量一组良好初始值的方法。根据式(4),在脱靶点,有 $f_D(t_0)=0$ 。因此可根据多普勒频率时间序列的过零点获得脱靶点时刻的估计 $\hat{t}_0$ 。另一方面,当 $x_0 - V_0 t - (1/2) a t^2 > 3y$ 时,

$$f_D(t) = 2(V_0 + at) / \quad (6)$$

故可根据远离脱靶点时刻 $t_0$ 的 $M \geq 2$ 个多普勒频率估计值 $\{f_D(t_n); n=1, 2, \dots, M\}$ ,通过下式获得 $V_0$ 和 $a$ 的估计值 $\hat{V}_0$ 和 $\hat{a}$ :

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_0 \\ \hat{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & M \\ n=1 & t_n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M \\ n=1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} f_D(t_n) \\ \frac{1}{2} f_D(t_n) \cdot t_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

不难验证  $\left. \frac{df_D(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = -\frac{2}{y} \cdot \frac{(V_0 + at_0)^2}{y}$  (8)

故可由脱靶点时刻多普勒频率随时间的变化率估计脱靶量

$$\hat{y} = -\frac{2}{(V_0 + \hat{a}\hat{t}_0)^2} \left( \frac{df_D(\hat{t}_0)}{dt} \right)^{-1} \quad (9)$$

而由  $\hat{x}_0 = \hat{V}_0 \hat{t}_0 + \frac{1}{2} \hat{a} \hat{t}_0^2$  (10)

可粗略估计 $x_0$ 。

### 4 仿真结果

为验证本文方法对匀加速直线运动目标脱靶量测量的有效性,用下式产生多普勒频率估计序列:

$$\begin{cases} f_D(t_i) = f_D(t_i) = e_D(t_i) \\ t_i = i \cdot T \end{cases}$$

其中 $e_D(t_i)$ 取为在 $\left[ -0.1 \times \frac{2V_0}{y}, 0.1 \times \frac{2V_0}{y} \right]$ 内均匀分布的随机数,仿真多普勒频率的估计误差;和 $T$ 按某实际测量设备的参数,分别取为 $y = 0.1\text{m}$ ,  $T = 128/93.09\text{ms}$ ;  $x_0$ 取为 $x_0 =$

150m。给定一组 $(y, V_0, a)$ 值,产生100个独立的多普勒频率估计序列样本,序列长度 $N$ 取为使 $x_0 - V_0(NT) - \frac{1}{2} a(NT)^2$

0。分别用本文方法与匀速直线运动目标脱靶量估计算法<sup>[4~12]</sup>由各样本序列估计脱靶量等参数。估计结果的统计情况见表1。

表1 仿真统计结果  
(单位:  $y - \text{m}, V_0 - \text{m/s}, a - \text{m/s}^2$ )

真值	统计项目	估计结果				
		本文方法		匀速目标方法		
		$y$	$V_0$	$a$	$y$	$V_0$
$y = 10$	均值	9.997	340.011	-0.091	10.000	339.996
$V_0 = 340$	系统误差	-0.003	0.011	-0.091	0.000	-0.004
$a = 0$	标准差	0.094	0.305	1.725	0.064	0.167
$y = 10$	均值	9.996	340.011	-10.095	10.408	338.468
$V_0 = 340$	系统误差	-0.004	0.011	-0.095	0.408	-1.532
$a = -10$	标准差	0.099	0.305	1.749	0.068	0.171
$y = 10$	均值	9.999	339.972	-19.934	10.856	336.946
$V_0 = 340$	系统误差	-0.001	-0.028	0.066	0.856	-3.054
$a = -20$	标准差	0.090	0.257	1.598	0.061	0.167
$y = 10$	均值	9.995	339.973	-39.957	11.878	333.985
$V_0 = 340$	系统误差	-0.005	-0.027	0.043	1.878	-6.015
$a = -40$	标准差	0.090	0.250	1.502	0.078	0.177
$y = 30$	均值	30.019	340.005	0.096	30.008	340.009
$V_0 = 340$	系统误差	0.019	0.005	0.096	0.008	0.009
$a = 0$	标准差	0.388	0.321	3.549	0.171	0.248
$y = 30$	均值	30.015	340.005	-9.929	31.083	339.506
$V_0 = 340$	系统误差	0.015	0.005	0.071	1.083	-0.494
$a = -10$	标准差	0.390	0.320	3.514	0.179	0.256
$y = 30$	均值	30.050	339.962	-19.534	32.228	339.036
$V_0 = 340$	系统误差	0.050	-0.038	0.466	2.228	-0.964
$a = -20$	标准差	0.360	0.272	3.256	0.162	0.212
$y = 30$	均值	30.040	339.962	-39.601	34.796	338.335
$V_0 = 340$	系统误差	0.040	-0.038	0.399	4.796	-1.665
$a = -40$	标准差	0.379	0.267	3.302	0.178	0.221

由表1可见,对匀加速直线运动目标,根据匀速直线运动模型估计其脱靶量和相对速度将带来较大的系统误差,且脱靶量越大,加速度的影响也越大;而本文提出的方法则不存在系统误差,只是参数估计的随机误差略大于匀速直线运动目标脱靶量估计算法。

### 5 结论

本文建立了匀加速直线运动目标的脱靶量测量方程,据此将匀加速直线运动目标的脱靶量测量表示为交会过程多普勒频率时间序列的非线性最小二乘拟合问题,并讨论了用非线性优化算法求解该问题时获得参数的一组良好初始值的简单方法。仿真结果表明,该多普勒脱靶量测量方法可以消除基于匀速直线运动模型所存在的较大的脱靶量测量系统误差。

吴嗣亮 博士,副教授,中国电子学会高级会员,曾获四项部级科技进步奖,目前从事现代信号处理的理论与应用研究。

(下转第80页)

近文献[8,9]分别取得了更深刻的结果.

相对于模型(23),本文得到的全局渐近稳定性的充分条件之一(定理3的特例)为:

$$p_j(T_{jj} - 1) + \sum_{i=1, i \neq j}^n p_i |T_{ij}| < 0, j = 1, \dots, n \quad (24)$$

其中  $p_j > 0$  为可调参数. 为便于比较,这里取  $R_i = \tilde{M}_i$ . 在(23)中,设  $T = \begin{bmatrix} -2 & 3.5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$ . 若取  $p_1 = 1, p_2 = \frac{59}{100}$ , 则条件(24)成立,但可以验证,此时文[8,9]的相应条件均不能满足.

值得说明的是,利用本文的方法来研究(23),定理1~4的条件还可以减弱,更详细的情况不再赘述.而对于高阶模型(1)而言,本文的结果都是新的.

### 参考文献

- [1] Personnaz, L., Guyon, I. & Dreyfus, G. High order neural networks: Information storage without errors. *Europhys. Lett.*, 1987, 4: 863 ~ 867
- [2] Demetri Psaltis, Cheol Hoon Park & John Hong. Higher order associative memories and their optical implementations. *Neural Networks*, 1988, 1: 149 ~ 163
- [3] Chow, T. W. S., et al. An analysis of higher-order multilayer feed-forward neural network. *Proc. of Int. Confer. on Neural Information Processing, Beijing, China*, 1995, 2: 851 ~ 854
- [4] Dembo, A., Farotimi, O. & Kailath, T. High order absolutely stable neural networks. *IEEE Trans. On Circuits and Systems*, 1991, 38: 57 ~ 65

- [5] Su J., Hu, A. Q. & He Z. Y. Stability analysis of analogue neural networks. *Electronics Letters*, 1997, 33: 506 ~ 507
- [6] Sudharsanan, S. I. & Sundareshan, M. K. Exponential stability and a systematic synthesis of a neural network for quadratic minimization. *Neural Networks*, 1991, 4: 599 ~ 613
- [7] 焦李成. 神经网络的应用与实现. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1995
- [8] 廖晓昕. Hopfield型神经网络的稳定性. *中国科学(A辑)*, 1993, 23: 1025 ~ 1035
- [9] 梁学斌, 吴立德. Hopfield型神经网络的全局指数稳定性及其应用. *中国科学(A辑)*, 1995, 25: 523 ~ 532



关治洪 1955年生. 1994年在华南理工大学自控理论及应用专业获博士学位, 1996年10月在华南理工大学电子学与通信博士后流动站出站. 现为华中理工大学控制科学与工程系教授, 博士生导师. 近期从事神经网络与非线性系统的控制理论、方法及应用研究.

孙德宝 1941年生. 华中理工大学控制科学与工程系教授. 主要从事智能控制与专家系统的研究.

沈建京 1961年生. 1994年7月在华南理工大学自控理论及应用专业获博士学位. 郑州解放军测绘学院副教授. 现为华中理工大学控制科学与工程系高级访问学者. 主要从事智能控制理论与应用研究.

(上接第100页)

### 参考文献

- [1] 万顺山, 谢求成. 关于导弹命中误差测量系统的若干问题. *无线电工程*, 1986, 4: 11 ~ 30
- [2] D. Duven, W. Devereux. Multisensor Miss Distance Measurement System for Test & Evaluation of High Speed Intercepts. *Proc. 49th Annual Meeting on Future Global Navigation and Guidance*, 1993: 767 ~ 776
- [3] T. M. Hattox, etc. Precision Determination of Trajectory and Miss Distance of ERIS Interceptor and Target. *AIAA Missile Science Conference*, 1993
- [4] 吴嗣亮. 矢量脱靶量测量系统数据处理方法的研究与实践: 博士后研究报告. 北京理工大学, 1998
- [5] AD-A020087. Data Reduction and Analysis Techniques for Miss Distance Indicator (MDI) and Impact Scoring Systems. Aug. 1975

- [6] J. I. Statman, E. R. Rodemich. Parameter Estimation Based on Doppler Frequency Shifts. *IEEE Trans. on AES*, 1987, AES-23(1): 31 ~ 39
- [7] Y. T. Chan, J. J. Towers. Sequential Localization of a Radiating Source by Doppler-Shifted Frequency Measurements. *IEEE Trans on AES*, 1992, 28(4): 1084 ~ 1089
- [8] 赵哲. 连续波多普勒脱靶量测量技术. *无线电工程*, 1987, 3: 39 ~ 45
- [9] 朱维奇. 基于多普勒频率时间序列的脱靶量新算法. *遥测遥控*, 1993, 10: 21 ~ 25
- [10] 江帆, 侯军华. 用谱分析法从混杂有噪声的数据中提取脱靶量多普勒信号. *无线电工程*, 1992, 22(6): 39 ~ 44
- [11] 杨柳合. 遥测矢量脱靶量测量系统. *遥测遥控*, 1997, 18(5): 6 ~ 10
- [12] 周晓丽. 非实时大视角运动目标轨迹的测量方法: 博士学位论文. 北京理工大学, 1995